FRIEDRICH-ALEXANDER-UNIVERSITÄT ERLANGEN-NÜRNBERG
TECHNISCHE FAKULTÄT • DEPARTMENT INFORMATIK

Lehrstuhl für Informatik 10 (Systemsimulation)

Your Title

Your Name

Bachelor's Thesis

Your Title

Your Name

Bachelor's Thesis

Aufgabensteller:	Your Supervisor
Betreuer:	Your Advisor
Bearbeitungszeitraum:	Start Date - End Date

Eigenständigkeitserklärung

Hiermit versichere ich, Your Name, die vorgelegte Arbeit selbstständig und ohne unzulässige Hilfe Dritter sowie ohne die Hinzuziehung nicht offengelegter und insbesondere nicht zugelassener Hilfsmittel angefertigt zu haben. Die Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegen und wurde auch von keiner anderen Prüfungsbehörde bereits als Teil einer Prüfung angenommen.

Die Stellen der Arbeit, die anderen Quellen im Wortlaut oder dem Sinn nach entnommen wurden, sind durch Angaben der Herkunft kenntlich gemacht. Dies gilt auch für Zeichnungen, Skizzen, bildliche Darstellungen sowie für Quellen aus dem Internet.

Mir ist insbesondere bewusst, dass die Nutzung künstlicher Intelligenz verboten ist, sofern diese nicht ausdrücklich als Hilfsmittel von dem Prüfungsleiter bzw. der Prüfungsleiterin zugelassen wurde. Dies gilt insbesondere für Chatbots (insbesondere ChatGPT) bzw. allgemein solche Programme, die anstelle meiner Person die Aufgabenstellung der Prüfung bzw. Teile derselben bearbeiten könnten.

Verstöße gegen die o.g. Regeln sind als Täuschung bzw. Täuschungsversuch zu qualifizieren und führen zu einer Bewertung der Prüfung mit „nicht bestanden“.

Der Universität Erlangen-Nürnberg, vertreten durch den Lehrstuhl für Systemsimulation (Informatik 10), wird für Zwecke der Forschung und Lehre ein einfaches, kostenloses, zeitlich und örtlich unbeschränktes Nutzungsrecht an den Arbeitsergebnissen dieser Arbeit einschließlich etwaiger Schutzrechte und Urheberrechte eingeräumt.

. . . .

Ort, Datum Eigenhändige Unterschrift

Abstract

Zusammenfassung

Contents

Chapter 1

Introduction

This document serves as an example on how to use the memoir-based thesis template at the Lehrstuhl für Systemsimulation (LSS).

Chapter 2

Fundamentals

In this chapter, it is attempted to convey to the reader an impression of the unexpected, but beautiful, consequences of abstract mathematics.

2.1 The Case Of Ten-Dimensional Spheres

The sphere of radius r around a center point $\vec{x}$ in n-dimensional euclidean space is defined as the set of points exactly a distance r from that center; consicely

$$S_r(\vec{x}) := \{\vec{y} \in \mathbb{R}^n \mid \|\vec{x} - \vec{y}\|_2 = r\}. \tag{2.1}$$

Now, we take 2^n of those spheres with unit radius and place them within a hypercube box of sidelength 4, centered around the origin. The sphere center points hence become $\vec{x} = (\pm 1, \pm 1, \ldots, \pm 1) \in \mathbb{R}^n$. Now, at the origin, we place a smaller sphere that just fits within the open space between the large spheres. This setup in two dimensions is illustrated in figure 2.1.

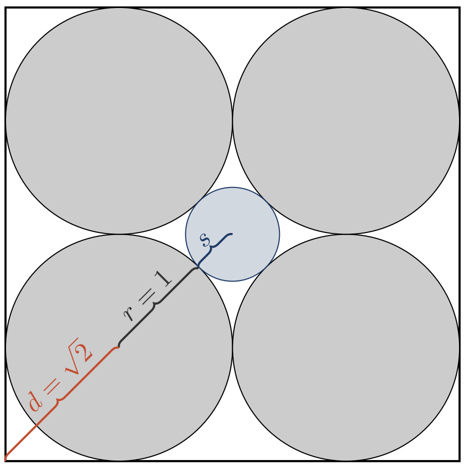

Figure 2.1: Boxed spheres in 2 dimensions

By the Pythagorean theorem, we find the distance of each sphere's center to the origin to be

$$d := \sqrt{(\pm 1)^2 + \cdots \pm 1)^2} = \sqrt{n}. \tag{2.2}$$

Thus, we also obtain the small, central sphere's radius:

$$s := \sqrt{n} - 1 \tag{2.3}$$

In two dimensions, this obviously becomes $\sqrt{2} - 1 \approx 0.414$. In three dimensions, packing a small ball between eight unit balls, we obtain $s = \sqrt{3} - 1 \approx 0.732$. The small sphere appears to be growing at an alarming rate. Indeed, in four-dimensional space, as $s = \sqrt{4} = 1 = 2 - 1 = 1$, it is already as large as its containing spheres! And it's still growing larger.

Figure 2.2 extrapolates the consequences of this wild growth. Remember now that within our enclosing hypercube, it is always only a distance of two from the center to the boundary. Now, consider nine dimensions: With $n = 9$, the central sphere's radius becomes $s = \sqrt{9} - 1 = 3 - 1 = 2$. It has reached the boundary, and is now preparing to break out of this geometric prison we tried to hold it in. With $n = 10$, it reaches a radius of $s \approx 2.16$, and the walls are breached.

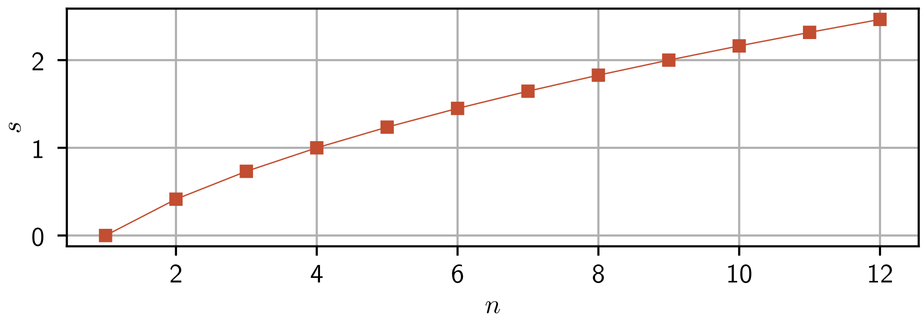

Figure 2.2: Wild growth of enclosed spheres

But how is this possible if the small sphere still touches all of the large spheres in the center volume, by construction? The answer challenges our everyday understanding of spheres as perfectly smooth, round objects, because in higher dimensions, spheres develop spikes. They squeeze through the gaps between their larger neighbors, seeking daylight. And there it seems inhumanly cruel of us that we tried to confine such a marvelous object. Shame!

Appendix A

Sample Appendix

Sample citation: [1].

List of Figures

List of Tables

List of Acronyms

LSS Lehrstuhl für Systemsimulation

Bibliography

[1] M. Bauer, S. Eibl, C. Godenschwager, N. Kohl, M. Kuron, C. Rettinger, F. Schornbaum, C. Schwarzmeier, D. Thönnes, H. Köstler, and U. Rüde, "Walberla: A block-structured high-performance framework for multiphysics simulations", *Computers & Mathematics with Applications*, vol. 81, pp. 478–501, Jan. 2021, ISSN: 0898-1221. DOI: 10.1016/j.camwa.2020.01.007.